

ОТЗЫВ НАУЧНОГО РУКОВОДИТЕЛЯ

о диссертационной работе Гордеевой Надежды Михайловны «Краевая задача для системы интегро-дифференциальных уравнений, возникающая в физике плазмы», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2 – «Дифференциальные уравнения и математическая физика»

Диссертация Н.М. Гордеевой «Краевая задача для системы интегро-дифференциальных уравнений, возникающая в физике плазмы» является законченным самостоятельным научным исследованием. Данная работа выполнена в отделе 21 Федерального государственного учреждения «Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук» (ФИЦ ИУ РАН).

Диссертация посвящена построению аналитического решения актуальной и весьма сложной задачи математической физики, возникающей при моделировании возмущения слоя плазмы электрическим полем на основе уравнений Больцмана – Максвелла. Описание такого воздействия электрического поля на плазму приводит к краевой задаче для системы интегро-дифференциальных уравнений, которая является основной в диссертационной работе.

Задачи об отклике плазмы на внешнее электромагнитное возмущение, к которым относится постановка рассматриваемой в диссертации задачи, привлекали внимание многих известных отечественных и зарубежных специалистов в течение длительного времени. Такие задачи возникают при изучении ярких физических эффектов и играют ключевую роль для прикладных проблем, связанных с удержанием плазмы в магнитных ловушках, проектированием микроэлектронных приборов, а также моделированием высокоэнергетических процессов в астрофизике. Специалистами в области математической физики неоднократно подчеркивалась фундаментальная значимость направления, связанного с построением аналитических решений для задач такого класса. Именно к этому направлению относится работа Н.М. Гордеевой.

Для решения линеаризованной системы Больцмана – Максвелла автором диссертации применен метод преобразования Фурье в пространствах обобщенных функций из D' и Z' . При этом в работе найдены новые, весьма эффективные представления для прямого и обратного преобразования Фурье таких функций специального вида, представимых интегралами по параметру. Преобразование Фурье сводит исходную задачу к системе интегральных уравнений в пространстве Z' . Для решения этой системы автором предложен и применен набор весьма оригинальных приемов, позволивших построить

такое решение в полностью аналитическом виде. Для вычисления обратного преобразования Фурье автором применены новые, самостоятельно найденные формулы, благодаря которым решение исходной линеаризованной системы Больцмана – Максвелла найдено в замкнутом аналитическом виде.

На заключительном этапе решения основной рассматриваемой задачи возникает сингулярное интегральное уравнение с ядром Коши и неклассическими данными на бесконечном контуре. Для его решения автором была разработана модификация классических представлений для задачи Римана, к которой сводится такое уравнение.

Кроме того, в диссертации осуществлена численная реализация найденного аналитического представления для самосогласованного электрического поля с плазменном слое. При этом в качестве невозмущенной функции распределения автор рассматривает распределение Ферми – Дирака или Максвелла. Исследована зависимость построенного решения от физических параметров задачи, которыми являются химический потенциал, частота столкновений частиц в плазме и частота внешнего электрического поля.

Диссертация состоит из введения, четырех глав и списка литературы. Введение в диссертацию отражает цели и задачи работы, полученные результаты, а также их научную новизну и практическое значение.

В главе I содержится вывод линеаризованной системы Больцмана – Максвелла для случаев, когда невозмущенная плазма описывается распределением Ферми – Дирака или Максвелла, а кроме того, выписаны краевые условия. Сформулированная таким образом краевая задача является основной для диссертации.

Глава II посвящена поиску общего решения линеаризованной системы Больцмана – Максвелла во всей фазовой плоскости без учета краевых условий. В этой главе был получен ряд новых эффективных формул для прямого и обратного преобразования Фурье специального вида обобщенных функций из пространств Z' , D' . После применения преобразования Фурье для образов Фурье искомых функций получена система интегральных уравнений. Для ее решения предложен и применен набор весьма оригинальных приемов, позволивших такую систему решить в аналитическом виде. Затем путем применения обратного преобразования Фурье построено решение исходной линеаризованной системы Больцмана – Максвелла также в замкнутом аналитическом виде. При этом использовались новые формулы обратного преобразования Фурье обобщенных функций, имеющих вид интегралов по параметру.

Глава III посвящена решению основной краевой задачи для системы линеаризованной системы Больцмана – Максвелла. Параграфы 1 и 2 содержат необходимые сведения о задаче Римана и применяемом методе ее решения. В параграфе 3 исследуется дисперсионная функция для случаев, когда невозмущенная функция распределения описывается функцией Ферми – Дирака или Максвелла. Установлено, что для рассматриваемых в работе

функций распределения заряженных частиц дисперсионная функция может иметь не более двух комплексных корней. Определены границы физических параметров задачи, при которых существуют корни. Доказана теорема об асимптотическом поведении дисперсионной функции на бесконечности. Выведена формула для явного представления корня. В параграфе 4 получено сингулярное интегральное уравнение, которому удовлетворяет плотность в найденном аналитическом представлении решения линеаризованной системы Больцмана – Максвелла. Затем такое уравнение решено путем сведения к задаче Римана с растущими данными. Для ее решения применена оригинальная модификация классических представлений Гахова и Мусхелишвили.

Глава IV посвящена численной реализации построенного аналитического представления для самосогласованного электрического поля. В этой главе проведено детальное исследование зависимости решения краевой задачи для линеаризованной системы Больцмана – Максвелла от параметров задачи. Численная реализация осуществлена для двух типов плазмы, когда среда в отсутствие возмущения электрическим полем описывается распределением Ферми – Дирака или Максвелла. Представлена развернутая интерпретация полученных численных результатов.

Построенное в диссертации решение краевой задачи для линеаризованной системы Больцмана – Максвелла и предложенные в общие подходы к его нахождению являются актуальными и важными результатами, которые имеют перспективу применения к широкому кругу задач физики плазмы, а кроме того, важны для развития конструктивных методов теории интегро-дифференциальных уравнений.

Результаты, включенные в диссертацию, получены автором самостоятельно. Текст работы написан лично соискателем.

Диссертация Н.М. Гордеевой соответствует паспорту специальности 1.1.2 – «Дифференциальные уравнения и математическая физика», поскольку в ней исследуются математические модели поведения плазмы; поскольку для названных моделей решена краевая задача для системы интегро-дифференциальных уравнений; поскольку выполнена численная реализация полученного аналитического решения, демонстрирующая зависимость свойств решения от параметров задачи.

Результаты диссертации опубликованы с необходимой полнотой в 7-ми статьях в изданиях, рекомендованных ВАК. Всего по теме диссертации опубликовано 19 печатных работ. Результаты доложены на 12 международных и всероссийских конференциях и 5 научных семинарах. Работа была обсуждена на семинаре «Методы решения задач математической физики» в

Федеральном исследовательском центре «Информатика и управление»
Российской академии наук.

Считаю, что диссертация Гордеевой Надежды Михайловны представляет собой цельное и завершенное исследование, демонстрирующее высокую квалификацию автора в области разработки новых методов решения задач математической физики и дифференциальных уравнений. Диссертация удовлетворяет всем требованиям (в том числе п. 9) Положения о присуждении ученых степеней, утвержденного Постановлением Правительства Российской Федерации от 24.09.2013 г. № 842, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, а ее автор заслуживает присвоения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2 – «Дифференциальные уравнения и математическая физика».

10.06.2024

Научный руководитель,
гл. науч. сотр. отдела 21 ФИЦ ИУ РАН
д.ф.-м.н., чл.-корр. РАН

 С.И. Безродных

Подпись Безродных С.И. заверяю,
Зам. директора ФИЦ ИУ РАН, д.ф.-м.н.

 Р.В. Разумчик

