

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертацию Гордеевой Надежды Михайловны
**«Краевая задача для системы интегро-дифференциальных уравнений,
возникающая в физике плазмы»,**
представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2 – «Дифференциальные уравнения и математическая физика»

Диссертация Н.М. Гордеевой посвящена изучению воздействия внешнего электрического поля на плазменный слой. В работе выполнен полный цикл математического исследования: получено общее решение интегро-дифференциальных уравнений, моделирующих отклик плазмы на внешнее электромагнитное возмущение, потом получено решение соответствующей краевой задачи в замкнутой аналитической форме, наконец, полученные формулы реализованы на компьютере и с их помощью исследованы свойства моделируемого явления. Задача об отклике плазмы на внешнее электромагнитное возмущение является актуальным направлением и для рассматриваемой задачи с интегральными слагаемыми в уравнениях, насколько мне известно, решения в замкнутой аналитической форме получены впервые.

Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы, включающего 163 наименования. Во **введении** к диссертации дана общая характеристика работы, отмечена актуальность темы и степень ее разработанности, указаны цели, результаты, положения, выносимые на защиту, и научная новизна работы, обозначены используемые методы и достоверность полученных результатов, приведены сведения об апробации работы и кратко изложено содержание.

Вывод постановки задачи приведен в **1-й главе**, где подробно описывается линеаризация системы Больцмана – Максвелла, в которой в качестве невозмущенной функции распределения электронов выбраны функции Ферми – Дирака и Максвелла, а интеграл столкновений, присутствующий в кинетическом уравнении Больцмана, берется в форме Бхатнагара – Гросса – Крука. В результате постановка задачи включает два интегро-дифференциальных уравнения относительно двух искомых функций, одна из которых представляет возмущение плотности распределения электронов в зависимости от координаты x и скорости v ; вторая отвечает амплитуде самосогласованного электрического поля, как функции от координат. Краевая задача ставится в полосе $\{x \in (-l, l), v \in (-\infty, +\infty)\}$, на границах которой для первой функции выбраны зеркальные условия, для второй – условие Дирихле.

В главе 2 строится общее решение системы интегро-дифференциальных уравнений, причем сначала искомые функции рассматриваются во всей плоскости $(x, v) \in \mathbb{R}^2$. Для построения решения искомые функции отождествляются с регулярными функционалами из пространства D' обобщенных функций, далее к ним применяется преобразование Фурье и получается система интегральных уравнений в пространстве Z' (Z – пространство образов Фурье основных функций из D). Решения этой системы нетривиально и для его построения использован ряд приемов, которые имеют самостоятельную ценность и могут быть полезны в похожих задачах. Решение системы интегральных уравнений в Z' содержит обобщенные функции, являющиеся интегралами по параметру. В диссертации были выведены формулы для обратного преобразования Фурье для таких функций и доказаны соответствующие теоремы. Наконец, получены аналитические представления для искомым функций в пространстве D' . Результатом главы 2 является общее решение системы интегро-дифференциальных уравнений на всей плоскости $(x, v) \in \mathbb{R}^2$, записанное в замкнутом аналитическом виде. Оно содержит ряд свободных коэффициентов Q_j и произвольную функцию $Q(v)$.

Глава 3 посвящена решению краевой задачи. Надо отметить, что при нахождении общего решения рассматриваемой в диссертации системы интегро-дифференциальных уравнений возникает так называемая «дисперсионная» функция, от количества и кратности нулей которой зависит вид решения системы. Поэтому глава 3 включает в себя, кроме собственно решения краевой задачи, некоторый вводный теоретический материал, а также параграф с исследованием указанной дисперсионной функции. Исследование дисперсионной функции проводилось для двух модельных вариантов плазмы: невозмущенная плотность которой описывается функцией Ферми – Дирака и Максвелла. В результате применения принципа аргумента показано, что дисперсионная функция при разных сочетаниях физических параметров задачи может иметь два простых нуля или не иметь нулей. Этот факт приводит к тому, что краевая задача решается отдельно для каждого из этих случаев.

При подстановке полученного во 2-й главе аналитического решения в краевые условия получено сингулярное интегральное уравнение, которое сводится к задаче Римана. У получившегося сингулярного интегрального уравнения правая часть содержит слагаемые с линейным ростом. Для решения уравнения используется модификация метода Гахова – Мухелишвили. И в случае наличия нулей у дисперсионной функции, и в случае отсутствия нулей соответствующая задача Римана решена, доказаны теоремы о существовании единственного решения задачи Римана, решения

сингулярного интегрального уравнения и теоремы, дающие аналитическое представление решения краевой задачи.

В главе 4 приводятся графики зависимости построенных решений для разных характерных значений параметров, соответствующих разному качественному поведению решения, и исследуется поведение электрического поля в зависимости от разных параметров задачи: частоты внешнего поля, частоты столкновений в плазме и характера невозмущенной функции распределения.

В заключении излагаются итоги выполненного исследования, отмечена их востребованность и указаны перспективы дальнейшего развития темы.

Диссертация хорошо структурирована, написана ясным и понятным языком, цели диссертации полностью достигнуты. Все выносимые на защиту положения являются в достаточной степени обоснованными и достоверными. Основные результаты работы являются непротиворечивыми и качественно согласуются с имеющимися представлениями о поведении плазмы во внешнем поле. Соискатель корректно ссылается на источники заимствования материалов. Результаты диссертации опубликованы в 8 статьях, 7 из которых – в журналах, индексируемых в Scopus, и прошли апробацию на ведущих научных конференциях и семинарах. Полученные результаты обладают научной новизной. Описанные в диссертационной работе методы решения интегро-дифференциальных уравнений, найденные новые формулы для преобразования Фурье и модификация метода Гахова – Мусхелишвили имеют теоретическую и практическую значимость. Эти результаты важны для развития методов решения интегро-дифференциальных уравнений и их приложений к задачам физики плазмы. Таким образом, диссертация дает вклад в развитие конструктивных методов решения задач математической физики и теории дифференциальных уравнений.

Автореферат соответствует диссертации и достаточно полно отражает ее содержание и главные результаты.

Диссертация выполнена на высоком научном уровне, и я не могу найти каких-то существенных замечаний, за исключением редких опечаток в тексте. Остается только пожелать Надежде Михайловне успешной защиты и дальнейшей плодотворной работы.

Диссертация Н.М. Гордеевой «Краевая задача для системы интегро-дифференциальных уравнений, возникающая в физике плазмы» соответствует требованиям п. 9 «Положения о порядке присуждения ученых степеней», утвержденного Постановлением Правительства Российской Федерации № 842 от 24.09.2013 г., предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, а ее автор Гордеева Надежда Михайловна заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2 – «Дифференциальные уравнения и математическая физика».

Официальный оппонент:
старший научный сотрудник
Института проблем механики
им. А.Ю. Ишлинского РАН,
кандидат физико-математических наук
тел.: +7-495-433-75-44
e-mail: minenkov.ds@gmail.com

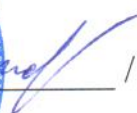
 Миненков Дмитрий Сергеевич

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук
119526, Москва, пр-т Вернадского, д. 101, корп. 1,
тел.: +7-495-434-00-17, e-mail: ipm@ipmnet.ru

Отзыв составлен 07.08.2024

Подпись Миненкова Д.С. заверяю.
Ученый секретарь ИПМех РАН,
кандидат физико-математических наук



 / Котов Михаил Алтаевич