



УТВЕРЖДАЮ

И.о. директора ФИЦ ИУ РАН

М.А. Посыпкин

июня 2024 г.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Федерального государственного учреждения
«Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление»
Российской академии наук (ФИЦ ИУ РАН)»

Диссертация «Краевая задача для системы интегро–дифференциальных уравнений, возникающая в физике плазмы», представленная на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2 – «Дифференциальные уравнения и математическая физика», выполнена в отделе 21 «Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук (ФИЦ ИУ РАН)».

Гордеева Надежда Михайловна, 1968 года рождения, гражданка России, в 1990 году окончила факультет вычислительной математики и кибернетики Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова по специальности «прикладная математика», получила квалификацию математика. С 15.05.2017 по 31.10.2017 была зачислена в качестве экстерна в Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет) (МГТУ им. Н.Э. Баумана) по научной специальности 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ». В период подготовки диссертации работала в МГТУ им. Н.Э. Баумана в должности старшего преподавателя и по совместительству в отделе № 21 ФИЦ ИУ РАН в должности младшего научного сотрудника, где и работает по настоящее время. Гордеева Н.М. прикреплена к аспирантуре ФИЦ ИУ РАН для подготовки диссертации на соискание ученой степени кандидата наук без освоения программы подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре по научной специальности 1.1.2 «Дифференциальные уравнения и математическая физика».

Справки о сдаче кандидатских экзаменов выданы в 2017 году в МГТУ им. Н.Э. Баумана (№ Асп10/21 от 22.03.2019) и в 2020 году в Московском государственном областном университете (№8/а от 18.02.2020).

Научный руководитель – доктор физико-математических наук, член-корреспондент РАН Безродных Сергей Игоревич. Основное место работы – Федеральное государственное учреждение «Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук», отдел 21, главный научный сотрудник.

По итогам обсуждения диссертации «Краевая задача для системы интегро-дифференциальных уравнений, возникающая в физике плазмы» принято следующее заключение.

Диссертация посвящена построению в замкнутом аналитическом виде решения краевой задачи, возникающей при моделировании возмущения плазменного слоя внешним электрическим полем на основе линеаризованных кинетических уравнений Больцмана – Максвелла. Такое решение найдено с помощью новых результатов в теории преобразования Фурье обобщенных функций и новых конструктивных продвижений в задаче Римана линейного сопряжения.

Тема диссертации является актуальной для современной математической физики и теории дифференциальных уравнений, в частности, для развития методов решения математических задач, возникающих при изучении плазмы.

Задачи об отклике плазмы на внешнее электромагнитное возмущение, к которым относится постановка рассматриваемой в диссертации задачи, привлекали внимание многих известных отечественных и зарубежных специалистов. Такие задачи играют фундаментальную роль для прикладных проблем, связанных удержанием плазмы, проектированием микроэлектронных приборов, изучением Солнца. Несмотря на существенный прогресс в разработке численных методов для решения такого класса задач, построение новых аналитических решений и разработка соответствующего математического аппарата для их построения, по-прежнему сохраняет высокую актуальность.

Описываемое взаимодействие плазмы с электрическим полем сведено к краевой задаче для системы интегро-дифференциальных уравнений; эта задача является основным предметом диссертации. Такая краевая задача получена путем линеаризации системы Больцмана – Максвелла с интегралом столкновения в форме Бхатнагара – Гросса – Крука. В этой системе в качестве невозмущенной функции распределения выбраны два типа распределений: Ферми – Дирака и Максвелла.

Отметим, что в литературе неизвестны замкнутые аналитические решения подобных задач, когда уравнения содержат интегральные нелокальные слагаемые. Построенное решение и предложенные в диссертации общие подходы к его нахождению являются актуальными и важными результатами, которые имеют перспективу применения к широкому кругу задач физики плазмы.

В диссертации также получены новые результаты для преобразования Фурье обобщенных функций из пространств D' и Z' , которые открывают богатые возможности для развития конструктивных методов решения важнейших классов задач математической физики. Как известно, получение новых замкнутых формул, удобных для вычисления прямого и обратного преобразования Фурье таких функций является актуальной задачей математической физики и теории дифференциальных уравнений. В диссертации построены новые формулы прямого и обратного

преобразования Фурье для весьма важного класса обобщенных функций, представимых в виде интегралов по параметру. Несмотря на то, что именно такие функции естественным образом возникают при решении интегро-дифференциальных уравнений с использованием преобразования Фурье, они недостаточно изучены специалистами, а полученные соответствующие результаты являются новыми и актуальными для теории интегро-дифференциальных уравнений.

Для решения возникающего в работе сингулярного интегрального уравнения и соответствующей задачи Римана автором был применен метод Ф.Д. Гахова и Н.И. Мусхелишвили. Хорошо известно, что для практических задач, как правило, необходима модификация классических представлений для решения задачи Римана. Такая модификация осуществлена для конкретной постановки задачи Римана, которая, как было отмечено выше, возникает при решении рассматриваемой в работе задачи.

Цели и задачи диссертации.

1. Построение в аналитическом виде с помощью метода Фурье общего решения системы интегро-дифференциальных уравнений, возникающей при моделировании воздействия электрического поля на слой плазмы на основе кинетических уравнений Больцмана – Максвелла.
2. Вывод новых формул для прямого и обратного преобразования Фурье обобщенных функций специального вида, представимых в виде интегралов по параметру, и их применение к решению указанной в п. 1 системы интегро-дифференциальных уравнений.
3. Построение в аналитическом виде решения краевой задачи для указанной в п. 1 системы интегро-дифференциальных уравнений на основе найденного в п. 1 представления ее решения. Решение возникающего при таком подходе сингулярного интегрального уравнения с ядром Коши путем сведения к задаче Римана.

Основные результаты диссертации.

1. Построено в аналитическом виде общее решение системы интегро-дифференциальных уравнений, возникающей при моделировании возмущения слоя плазмы электрическим полем на основе кинетических уравнений Больцмана – Максвелла.
2. Выведены новые формулы для прямого и обратного преобразования Фурье обобщенных функций, имеющих вид интегралов по параметру. Эти формулы применены к решению указанной в п. 1 системы интегро-дифференциальных уравнений.
3. Построено решение краевой задачи для системы, указанной в п. 1, которой удовлетворяет возмущение функции распределения и электрическое поле. Такое решение сводится к сингулярному интегральному уравнению, с помощью модификации классических представлений для задачи Римана.

4. Осуществлена численная реализация построенного аналитического представления электрического поля для случая, когда невозмущенная функция распределения частиц в плазме совпадает с функцией Ферми – Дирака или Максвелла. Исследованы свойства электрического поля в зависимости от частоты внешнего поля и частоты столкновения частиц в плазме, а также от параметров выбранной невозмущенной функции распределения.

Научная новизна работы.

Интегральное представление для общего решения рассматриваемой системы интегро-дифференциальных уравнений, возникающей при линеаризации системы уравнений Больцмана – Максвелла, является новым. При его построении с помощью метода преобразования Фурье в пространствах D' и Z' были получены новые формулы для прямого и обратного преобразования Фурье обобщенных функций специального вида, представимых в форме интегралов по параметру. Аналитическое решение краевой задачи для указанной системы интегро-дифференциальных уравнений, описывающей взаимодействие внешнего электрического поля с плазмой, также является новым. При построении такого решения соответствующее сингулярное интегральное уравнение с ядром Коши решено с помощью оригинальной модификации представления Гахова – Мухелишвили для решения задачи Римана. Новыми также являются выполненная численная реализация, ее анализ, а также найденная зависимость самосогласованного электрического поля в слое плазмы от параметров задачи.

Теоретическая и практическая ценность.

Полученное в диссертации аналитическое решение линеаризованной системы Больцмана – Максвелла имеет большое значение и перспективу для дальнейшего развития конструктивных методов решения интегро-дифференциальных уравнений с приложением к задачам физики плазмы. При построении такого решения найдены новые формулы для прямого и обратного преобразования Фурье обобщенных функций специального вида, представимых интегралами по параметру. Такие формулы могут быть применены для достаточно широкого класса задач математической физики, где возникают интегро-дифференциальные уравнения. Модификация метода Гахова – Мухелишвили, использованная при решении краевой задачи, может быть распространена на широкий класс сингулярных интегральных уравнений с неклассическими данными и на задачу Римана с растущей правой частью. Кроме того, построенное аналитическое решение задачи может быть использовано для верификации численных методов.

Обоснованность и достоверность результатов и выводов.

Достоверность обеспечивается корректным использованием строго обоснованных инструментов современной математической физики, теории функций комплексного переменного, а также теории краевых задачи, включая метод сингулярных интегральных уравнений и теорию обобщенных функций.

В работе представлены подробные доказательства сформулированных теорем и приведен полный вывод решения краевой задачи. Математическая модель разработана на основе известных положений теоретической физики, физики плазмы, твердого тела, а также базовых положений кинетической теории и электродинамики.

Положения и выводы диссертационной работы находятся в соответствии с современными представлениями теории дифференциальных уравнений, математической и теоретической физики, а также физики твердого тела и физики плазмы.

Материалы диссертации опубликованы в следующих работах.

1) Gordeeva N.M. Calculating a Perturbation of a Plasma Layer by an Electric Field // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2024. V. 64. № 3. P. 583–597.

2) Bezrodnykh S.I., Gordeeva N.M. Solution of a non classical singular integral equation arising in plasma physics // Mathematical Notes. 2023. V. 114. № 5. P. 704–715.

3) Bezrodnykh S.I., Gordeeva N.M. Analytic solution of the system of integro-differential equations for the plasma model in an external field // Russian Journal of Mathematical Physics. 2023. V. 30. № 4. P. 443–452.

4) Bezrodnykh S.I., Gordeeva N.M. Solution of a non-local boundary value problem simulating plasma perturbation by an electric field. III International Conference “Mathematical Physics, Dynamical Systems, Infinite-Dimensional Analysis”, dedicated to the 100th anniversary of V.S. Vladimirov, the 100th anniversary of L.D. Kudryavtsev and the 85th anniversary of O.G. Smolyanov (July 5–13, 2023, Moscow Region, Dolgoprudny).

5) Безродных С.И., Гордеева Н.М. Решение задачи Римана, возникающей при моделировании возмущении плазмы электрическим полем // Математические методы механики: тезисы докладов конференции / Под ред. А.Т. Ильичева. Москва, 2023.

6) Безродных С.И., Гордеева Н.М. Аналитическое решение системы интегро-дифференциальных уравнений для модели плазмы во внешнем поле // Суперкомпьютерные технологии математического моделирования: тезисы докладов V международной конференции / Под ред. В.И. Васильева. – Москва, 2022.

7) Гордеева Н.М. Математическое моделирование поведения плазмы в слое // Суперкомпьютерные технологии математического моделирования: тезисы докладов IV международной конференции / Под ред. В.И. Васильева. – Якутск: Издательский дом СВФУ, 2019. – 99 с.

8) Гордеева Н.М., Юшканов А.А. Дебаевское экранирование в сильно вырожденной плазме // Материалы 10-й Всероссийской конференции «Необратимые процессы в природе и технике», часть 1. МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2019. С. 245 – 248.

9) Гордеева Н.М., Юшканов А.А. Поведение моды Дебая электронной плазмы в зависимости от параметров задачи // В сборнике: Физические свойства материалов и дисперсных сред для элементов информационных систем, наноэлектронных приборов и экологических технологий. Сборник трудов международной конференции. Главный редактор В.В. Беляев. Под ред. Е.А. Бедриковой. 2018. С. 148 – 151.

10) Гордеева Н.М., Юшканов А.А. Влияние параметров плазмы на дебаевское экранирование // Международная конференция «Современные проблемы механики сплошной среды», посвященная памяти академика Леонида Ивановича Седова в связи со столетием со дня его рождения, 13 – 15 ноября 2017 г. С. 86 – 89.

11) Гордеева Н.М. Задача о колебаниях плазмы с конечной температурой. Тезисы докладов. Международная научная конференция «Фундаментальные и прикладные задачи механики», посвященная 170-летию со дня рождения великого русского ученого Николая Егоровича Жуковского. Москва, 24–27 октября 2017 года. С. 183 – 184.

12) Гордеева Н.М. Колебательные процессы в электронной плазме с произвольной степенью вырождения // Инженерный журнал: наука и инновации. 2018. № 8 (80). С. 1 – 13.

13) Gordeeva N.M., Yushkanov A.A. The Search Algorithm for Discrete Mode of Electron Plasma // Journal of Physics: Conference Series. 4th International Conference on Supercomputer Technologies of Mathematical Modelling, SCTeMM 2019. 2019. С. 012007.

14) Gordeeva N.M., Yushkanov A.A. On Some Peculiarity in Behavior of Plasma with an Arbitrary Degree of Degeneracy of Electron Gas in Thin Layer // Journal of Physics: Conference Series. 10th All-Russian Conference on Irreversible Processes in Nature and Technology. 2019. С. 012044.

15) Gordeeva N.M., Yushkanov A.A. On behavior peculiarity of electron plasma // International Interdisciplinary Conference "Euler Readings MRSU 2017" 22–24 November 2017, Moscow Region State University (MRSU), Russian Federation. Journal of Physics: Conf. Series. V. 996 (2018) 012009.

16) Гордеева Н.М., Юшканов А.А. Особенности поведения моды Дебая в электронной плазме при различных степенях вырождения электронного газа // Письма в Журн. техн. физики. 2018. Т. 44. № 24. С. 143–149.

17) Гордеева Н.М., Юшканов А.А. Невырожденная электронная плазма в слое во внешнем электрическом поле с зеркальным условием на границе // Теплофизика высоких температур. 2018. Т. 56. № 5. С. 687 – 695.

18) Гордеева Н.М., Латышев А.В. Задача о колебаниях в канале плазмы с произвольной степенью вырождения электронного газа // Вестник Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана. Серия: Естественные науки. 2018. № 3 (78). С. 97 – 103.

19) Латышев А.В., Гордеева Н.М. Поведение плазмы с произвольной степенью вырождения электронного газа в слое проводящей среды // Теоретическая и математическая физика. 2017. Т. 192. № 3. С. 506–522.

Всего 7 статей в изданиях, рекомендованных ВАК.

Личный вклад соискателя.

Личное участие соискателя в получении результатов, изложенных в диссертации, состоит в получении решения рассматриваемой системы интегро-дифференциальных уравнений, выведении новых формул для прямого и обратного преобразования Фурье введенных обобщенных функций, численной реализации построенного аналитического представления электрического поля и исследование его зависимости от параметров задачи. Решение задачи Римана, возникающей при решении сингулярного интегрального уравнения, получено совместно с научным руководителем.

Результаты диссертации докладывались на следующих научных семинарах и конференциях:

- 1) Семинар «Методы решения задач математической физики», Москва, ФИЦ ИУ РАН, 2024 г. (руководители академик РАН Ю.Г. Евтушенко, чл.-корр. РАН С.И. Безродных, д.ф.-м.н. В.И. Власов, д.ф.-м.н., проф. С.Я. Степанов).
- 2) Семинар «Асимптотические методы в математической физике», Москва, ИПМех им. А.Ю. Ишлинского РАН, 2024 г. (руководитель д.ф.-м.н., проф. С.Ю. Доброхотов).
- 3) Семинар «Дифференциальные и функционально-дифференциальные уравнения», Москва, Математический институт им. С.М. Никольского РУДН, 2024 г. (руководитель д.ф.-м.н., проф. А.Л. Скубачевский).
- 4) Семинар лаборатории теории плазменных явлений ОФЭ ФИАН, Москва, ФИАН, 2019 (руководитель д.ф.-м.н., проф. С.А. Урюпин).
- 5) Семинар им. А.А. Рухадзе № 1538 Теоротдела, Москва, ИОФРАН, 2019 (руководитель д.ф.-м.н., проф. Н.Г. Гусейн-заде).
- 6) Математические методы механики. К 90-летию юбилею академика РАН А.Г. Куликовского. Москва, 20-24 марта 2023 г.
- 7) III International Conference «Mathematical Physics, Dynamical Systems, Infinite-Dimensional Analysis», dedicated to the 100th anniversary of V.S. Vladimirov, the 100th anniversary of L.D. Kudryavtsev and the 85th anniversary of O.G. Smolyanov (July 5–13, 2023, Moscow Region, Dolgoprudny).

Содержание диссертации соответствует паспорту специальности 1.1.2 – «Дифференциальные уравнения и математическая физика», в частности, пунктам:

1. Общая теория дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений.
2. Начальные, краевые и смешанные задачи для дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений.
9. Теория псевдодифференциальных операторов.
11. Теория функционально-дифференциальных уравнений и нелокальных краевых задач.
16. Математические проблемы механики частиц и систем.
18. Математические проблемы оптики и электродинамики.
20. Математические проблемы термодинамики, кинетики и статистической физики.

ПОСТАНОВИЛИ:

Диссертационная работа Гордеевой Надежды Михайловны «Краевая задача для системы интегро-дифференциальных уравнений, возникающая в физике плазмы» представляет собой цельное и законченное научно-квалификационное исследование, в котором содержится решение задач, имеющих важное значение для развития теории интегро-дифференциальных уравнений. Она выполнена и написана диссертантом самостоятельно, обладает внутренним единством. Все положения, представленные к защите, являются новыми и научно обоснованными. Результаты диссертации опубликованы с достаточной полнотой в ведущих рецензируемых отечественных журналах, которые соответствуют требованиям ВАК. Таким образом, диссертация рекомендуется к защите на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2 – «Дифференциальные уравнения и математическая физика».

Заключение принято на заседании научного семинара отдела 21 «Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук (ФИЦ ИУ РАН)», на котором присутствовало 12 человек. Результаты голосования: «за» – 12 чел., «против» – нет, «воздержались» – нет. Протокол № 1 от 11 июня 2024 г.

Председатель  д.ф.-м.н. Власов В.И.

Секретарь  к.ф.-м.н. Скороходов С.Л.