

ЗАКЛЮЧЕНИЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО СОВЕТА 24.1.224.02,  
СОЗДАННОГО НА БАЗЕ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО  
УЧРЕЖДЕНИЯ «ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР  
«ИНФОРМАТИКА И УПРАВЛЕНИЕ»  
РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК» (ФИЦ ИУ РАН),  
ПО ДИССЕРТАЦИИ НА СОИСКАНИЕ  
УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ ДОКТОРА НАУК

аттестационное дело № \_\_\_\_\_

решение диссертационного совета от 21 мая 2026 № 6

О присуждении Беловой Марии Владимировне, гражданке Российской Федерации, ученой степени доктора физико-математических наук.

Диссертация «Алгебраические инварианты для обыкновенных дифференциальных уравнений: теория и приложения» по специальности 1.1.2. – «Дифференциальные уравнения и математическая физика» принята к защите 20.02.2026 (протокол заседания № 2) диссертационным советом 24.1.224.02, созданным на базе Федерального государственного учреждения «Федеральный исследовательский центр «Информатика и Управление» Российской академии наук» (ФИЦ ИУ РАН), находящегося по адресу 119333, Москва, ул. Вавилова, д. 44, корп. 2, приказ о создании диссертационного совета №1337/нк от 24.10.2022.

Соискатель – Белова Мария Владимировна, дата рождения 28.08.1984. Диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук «Рациональные и специальные решения второго уравнения Пенлеве и его высших аналогов» защитила в 2009 году (диплом ДКН № 105034) в диссертационном совете Д 212.130.09, созданном на базе Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ» (НИЯУ МИФИ), окончила аспирантуру НИЯУ МИФИ в 2010 году, в настоящее время работает в должности доцента

департамента прикладной математики Московского института электроники и математики им. А. Н. Тихонова Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», находящегося в ведении Правительства Российской Федерации.

Диссертация выполнена в департаменте прикладной математики Московского института электроники и математики им. А. Н. Тихонова Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», находящегося в ведении Правительства Российской Федерации.

Официальные оппоненты:

- Алфимов Георгий Леонидович, доктор физико-математических наук, профессор, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет «Московский институт электронной техники», кафедра высшей математики № 1, профессор;
- Ефремова Людмила Сергеевна, доктор физико-математических наук, доцент, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского», кафедра дифференциальных уравнений, математического и численного анализа института информационных технологий, математики и механики, профессор;
- Сулейманов Булат Ирекович, доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник, Федеральное государственное бюджетное научное учреждение «Уфимский федеральный исследовательский центр Российской академии наук», отдел дифференциальных уравнений института математики с вычислительным центром, ведущий научный сотрудник

дали положительные отзывы на диссертацию.

Ведущая организация Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова», Ярославль, в своем положительном отзыве, подписанном Кащенко Ильей Сергеевичем, доктором физико-математических наук, доцентом, заведующим кафедрой математического моделирования, указала, что диссертация Беловой М.В. подготовлена на актуальную тему, имеет как теоретическую, так и практическую значимость и вносит существенный вклад в развитие теории интегрируемости обыкновенных дифференциальных уравнений. В отзыве ведущей организации подчеркнуто, что значимость полученных результатов для развития аналитической теории обыкновенных дифференциальных уравнений заключается в разработке новых эффективных методов построения инвариантов и первых интегралов систем обыкновенных дифференциальных уравнений, в создании новой теории интегрируемости двумерных полиномиальных систем дифференциальных уравнений, обобщающей теорию интегрируемости Дарбу, в получении новых фундаментальных знаний об аналитических свойствах полиномиальных систем Лъенара и некоторых других систем дифференциальных уравнений, имеющих прикладное значение.

Ведущая организация отметила, что методы построения инвариантов, точных решений и первых интегралов, предложенные в диссертационной работе, имеют широкую область применимости и могут использоваться при исследовании аналитических и качественных свойств решений многих прикладных динамических систем. В отзыве также указано, что научные положения, выводы и рекомендации, сформулированные в диссертации (в том числе, положения, выносимые на защиту), являются новыми, хорошо обоснованными и достоверными.

В качестве критических замечаний ведущая организация отметила следующее. Алгебраические инварианты, представленные в

диссертационной работе, получены с помощью пакетов символьных вычислений. По мнению ведущей организации, имело бы смысл включить в диссертационную работу приложение с кодом вычислений хотя бы для одного примера. Кроме того, ведущая организация указала, что в разделе 1.4 диссертационной работы при проведении сравнения метода рядов Пюизе с другими методами построения алгебраических инвариантов отсутствует описание этих методов, в частности метода Лагутинского и метода разложения векторного поля на весооднородные компоненты. При этом в отзыве отмечено, что указанные замечания несущественны и не ухудшают высокое качество диссертационной работы.

Ведущая организация заключила, что диссертация Беловой М.В. выполнена на высоком научном уровне, ее результаты обладают научной новизной, теоретической значимостью и практической применимостью, а также в совокупности являются научным достижением. Ведущая организация отметила, что диссертация в полной мере соответствует критериям Положения о присуждении ученых степеней, утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации от 24.09.2013 № 842 (в действующей редакции), а ее автор, Белова М.В., заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по научной специальности 1.1.2. – «Дифференциальные уравнения и математическая физика».

Соискатель имеет 70 опубликованных работ, в том числе по теме диссертации опубликовано 14 работ, из них в рецензируемых научных изданиях, индексируемых WoS, Scopus и в действующем Перечне ВАК, опубликовано 14 работ. Все эти работы посвящены проблемам интегрируемости и разрешимости обыкновенных дифференциальных уравнений. В работах представлен метод построения алгебраических инвариантов для полиномиальных автономных обыкновенных дифференциальных уравнений и систем, дано обобщение этого метода на случай неавтономных двумерных систем с мероморфными коэффициентами,

разработана новая теория интегрируемости двумерных полиномиальных систем дифференциальных уравнений, обобщающая теорию интегрируемости Дарбу таких систем, решены проблемы Пуанкаре и интегрируемости по Лиувиллю для некоторых важных с прикладной точки зрения систем дифференциальных уравнений. В диссертационной работе отсутствуют недостоверные сведения об опубликованных соискателем ученой степени работах. Три статьи опубликованы в соавторстве. Информация о результатах этих статей, полученных соискателем лично, представлена в диссертации подробно и ясно. Приведем список работ:

1) M.V. Demina. Integrability and solvability of polynomial Liénard differential systems // *Studies in Applied Mathematics*. – 2023. – V. 150. – № 3. – P. 755–817.

2) M.V. Demina. Meromorphic solutions of autonomous ordinary differential equations without the finiteness property // *Journal of Mathematical Analysis and Applications*. – 2022. – V. 516. – № 2. – P. 126516.

3) M.V. Demina. The method of Puiseux series and invariant algebraic curves // *Communications in Contemporary Mathematics*. – 2022. – V. 24. – № 3. – P. 2150007.

4) M.V. Demina. Necessary and sufficient conditions for the existence of invariant algebraic curves // *Electronic Journal of Qualitative Theory of Differential Equations*. – 2021. – V. 48. – P. 1–22.

5) M.V. Demina. Classifying algebraic invariants and algebraically invariant solutions // *Chaos, Solitons and Fractals*. – 2020. – V. 140. – P. 110219.

6) M.V. Demina. Classification of meromorphic integrals for autonomous nonlinear ordinary differential equations with two dominant monomials // *Journal of Mathematical Analysis and Applications*. – 2019. – V. 479. – № 2. – P. 1851–1862.

7) M.V. Demina. Liouvillian integrability of the generalized Duffing oscillators // *Analysis and Mathematical Physics*. – 2021. – V. 11. – № 1. – P. 25.

8) M.V. Demina. Invariant surfaces and Darboux integrability for non-autonomous dynamical systems in the plane // *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*. – 2018. – V. 51. – № 50. – P. 505202.

9) M.V. Demina, J. Giné, C. Valls. Puiseux integrability of differential equations // *Qualitative Theory of Dynamical Systems*. – 2022. – V. 21 – № 2. – P. 1–35.

10) M.V. Demina, C. Valls. On the Poincaré problem and Liouvillian integrability of quadratic Liénard differential equations // *Proceedings of the Royal Society of Edinburgh: Section A*. – 2020. – V. 150. – № 6. – P. 3231–3251.

11) M.V. Demina. Invariant algebraic curves for Liénard dynamical systems revisited // *Applied Mathematics Letters*. – 2018. – V. 84. – P. 42–48.

12) M.V. Demina and C. Valls. Classification of invariant algebraic curves and nonexistence of algebraic limit cycles in quadratic systems from family I of the Chinese classification // *International Journal of Bifurcation and Chaos in Applied Sciences and Engineering*. – 2020. – V. 30. – №. 4. – P. 2050056

13) M.V. Demina. Novel algebraic aspects of Liouvillian integrability for two-dimensional polynomial dynamical systems // *Physics Letters A*. – 2018. – V. 382. – №. 20. – P. 13531360.

14) M.V. Demina. Integrability and Jacobi Last Multipliers of Cubic Lienard Differential Equations with Quadratic Damping // *Discontinuity, Nonlinearity, and Complexity*. – 2020. – V. 9. – № 4. – P. 499–507.

На автореферат диссертации поступило 2 отзыва. Оба отзыва положительные.

1. Отзыв из Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ». Отзыв составил доктор физико-математических наук, доцент, заведующий кафедрой физики твердого тела и наносистем института лазерных и плазменных технологий Маслов Михаил Михайлович. В отзыве перечислены решенные в диссертации задачи, описана новизна полученных результатов и отмечен

высокий научный уровень работы. Отзыв замечаний, вопросов и рекомендаций не содержит.

2. Отзыв из Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова». Отзыв составила доктор физико-математических наук, профессор кафедры дифференциальной геометрии и приложений механико-математического факультета Ведюшкина Виктория Викторовна. В отзыве дана краткая характеристика результатов диссертационной работы, отмечена значимость разработанных методов для аналитической теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Отзыв замечаний, вопросов и рекомендаций не содержит.

Выбор официальных оппонентов обосновывается высоким уровнем их научных работ по тематике, близкой к теме диссертации, а также международным признанием их заслуг и компетентности в теории обыкновенных дифференциальных уравнений, динамических систем и методах математической физики, которые являются основными инструментами исследования, применяемыми в диссертации.

Выбор ведущей организации обосновывается тем, что Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова» является ведущим научно-образовательным учреждением Российской Федерации, на базе которого действует Региональный научно-образовательный математический центр «Центр интегрируемых систем» (НОМЦ), сотрудники которого являются ведущими специалистами мирового уровня в области интегрируемых систем дифференциальных и разностных уравнений.

Диссертационный совет отмечает, что на основании выполненных соискателем исследований разработан новый метод построения алгебраических инвариантов для обыкновенных дифференциальных

уравнений, имеющий широкую область применимости, предложена новая теория интегрируемости двумерных полиномиальных систем обыкновенных дифференциальных уравнений, обобщающая теорию интегрируемости Дарбу таких систем, доказана разрешимость проблемы Пуанкаре для автономных полиномиальных обыкновенных дифференциальных уравнений, обладающих свойством конечности, выполнена классификация интегрируемых и разрешимых полиномиальных систем Льенара.

Теоретическая и практическая значимость работы обоснована широкой областью применимости разработанных в диссертационной работе методов построения алгебраических инвариантов, первых интегралов и точных мероморфных решений. Метод построения алгебраических инвариантов может также использоваться при решении проблемы Пуанкаре, а также при решении второй части 16-ой проблемы Гильберта в алгебраической постановке. Явное представление для собственных значений алгебраических инвариантов позволяет упростить поиск необходимых и достаточных условий существования первых интегралов в классе функций Лиувилля. Теория интегрируемости по Пуанкаре может применяться для упрощения исследования интегрируемости по Лиувиллю, а также для построения двумерных полиномиальных систем дифференциальных уравнений с первыми интегралами, не являющимися функциями Лиувилля. Результаты классификации интегрируемых и разрешимых систем Льенара могут быть использованы при описании качественных и количественных свойств нелинейных колебательных процессов в различных областях науки.

Оценка достоверности результатов исследования выявила, что они получены с использованием методов и положений аналитической теории обыкновенных дифференциальных уравнений, алгебраической геометрии и асимптотического анализа. Все математические утверждения и теоремы имеют строгие доказательства. Классификационные результаты, полученные с привлечением символьных вычислений, верифицированы с помощью

нескольких систем символьных вычислений. Достоверность полученных результатов также обосновывается их публикацией в ведущих рецензируемых научных журналах, всесторонним обсуждением результатов в научном сообществе на профильных национальных и международных конференциях, школах, форумах и других научных мероприятиях.

Личный вклад соискателя состоит в постановке цели и задач исследования, выборе подходов к их решению, анализе и обобщении полученных данных. Вынесенные на защиту положения получены соискателем самостоятельно и соответствуют результатам опубликованных работ. Апробация основных результатов диссертации и подготовка основных публикаций по теме диссертации проводились соискателем лично.

В ходе защиты были заданы вопросы, уточняющие главные результаты диссертационного исследования. Заданы вопросы о количестве полюсов мероморфных решений рассматриваемых систем дифференциальных уравнений и способе их нахождения, о классе изучаемых инвариантов, а также их зависимости от начальных условий. Кроме этого, были высказаны замечания, касающиеся лаконичности изложения вычислительных аспектов применения метода рядов Пюизе для рассматриваемых в диссертации систем; применения термина "типичная полиномиальная дифференциальная система" и возникшей возможной неоднозначности в его трактовке; полученной равномерной верхней оценки множества степеней неприводимых алгебраических инвариантов; отсутствия некоторых недоминантных мономов в рассматриваемых примерах для неавтономного случая. Соискатель Белова М.В. ответила на заданные ей в ходе заседания вопросы и привела по каждому из них собственную аргументацию, основываясь на материалах доклада и диссертации. Белова М.В. сообщила, что число полюсов для рассматриваемых мероморфных решений находится по найденным инвариантам, дополнительно уточнив, что в диссертационном исследовании речь идет об алгебраических инвариантах, а также, что в общей постановке задачи зависимость от начальных условий не

рассматривается. Белова М.В. отметила, что добавление недоминантных мономов в рассматриваемых в диссертации примерах не приводит к появлению ранее неизвестных инвариантов.

На заседании 21.05.2026 диссертационный совет принял решение за разработку теоретических положений, включающих создание нового метода построения алгебраических инвариантов и его приложения к развитию теории разрешимости автономных полиномиальных обыкновенных дифференциальных уравнений и теории интегрируемости двумерных полиномиальных систем обыкновенных дифференциальных уравнений, обобщающей теорию интегрируемости Дарбу, совокупность которых можно квалифицировать как научное достижение в области аналитической теории дифференциальных уравнений, присудить Беловой Марии Владимировне ученую степень доктора физико-математических наук по специальности 1.1.2. — «Дифференциальные уравнения и математическая физика».

При проведении тайного голосования диссертационный совет в количестве 19 человек, из них 6 докторов наук по специальности 1.1.2. — «Дифференциальные уравнения и математическая физика», участвовавших в заседании, из 25 человек, входящих в состав совета, проголосовали: за 19, против 0, недействительных бюллетеней 0.

Заместитель председателя

диссертационного совета 24.1.224.02

д.ф.-м.н., академик РАН



С.И. Безродных

Ученый секретарь

диссертационного совета 24.1.224.02

к.ф.-м.н.

В.И. Никонов

«21» мая 2026