

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертацию Парастаева Григория Сергеевича

«Гипотеза Рамсея как принцип отбора по Фишеру и ее обобщения», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности

1.1.2 — Дифференциальные уравнения и математическая физика

Актуальность темы. В диссертационной работе исследуется проблема социальной стратификации в контексте гипотезы Рамсея и государственного регулирования в перераспределении доходов на языке теории оптимального управления и дифференциальных уравнений. На актуальность выбранной Г.С. Парастаевым темы указывают два обстоятельства. Во-первых, из проведенного автором обзора литературы можно заключить, что гипотеза Рамсея уже не один десяток лет вызывает интерес среди специалистов. Во-вторых, с гипотезой сопряжена не менее важная проблема неравенства в распределении богатства и доходов, актуальность которой в современный период приобрела такой же характер, как и сто лет назад. В своей диссертации автор ставит целью решить задачи оптимального управления и исследовать дифференциальные уравнения для изучения причинно-следственных связей, влияющих на динамику социальной стратификации.

Структура диссертации. Сама работа состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы и двух приложений. Объем работы составляет 158 страниц, включая 6 рисунков и 3 таблицы. Список литературы содержит 71 библиографическую ссылку.

Содержание диссертационной работы раскрывается следующим образом. В Главе 1 автором рассматриваются четыре постановки задачи оптимального управления на бесконечном временном горизонте. Каждая постановка задачи соответствует различному институциональному ограничению, будь то допущение потребительского кредита (случай Бьюли), запрет на заимствование (случай Беккера), или неликвидность/ограниченная ликвидность капитала. Для их решения автор применяет принцип максимума Понтрягина с конечным горизонтом, затем либо проверяет найденные управление и траекторию на оптимальность с помощью теоремы верификации, либо использует теорему о существовании решения на бесконечном горизонте, после чего переходит к пределу с устремлением горизонта к бесконечности. Полученные в работе решения имеют форму синтеза.

В Главе 2 устанавливается асимптотика решений четырех задач Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений 1-го порядка. В основу каждой системы положен соответствующий синтез оптимального управления, полученный в предыдущей главе, а коэффициент дисконтирования определяется в согласовании с гипотезой относительного дохода Дьюзенберри как произведение процентной ставки на функцию от величины относительного дохода домашнего хозяйства. Отдельно подчеркивается различие систем по заданию уровня заработных плат: так, для случаев Бьюли и с неликвидным капиталом заработные платы могут различаться, в то время как для случаев Беккера и с ограниченной ликвидностью капитала рассматривается только один уровень заработных плат, одинаковый для всех домашних хозяйств. Необходимость такого подхода обосновывается используемой техникой доказательства теоремы об асимптотике решений задач Коши и подкрепляется контрпримерами, приведенными в приложении А.

Глава 3 состоит из двух частей. В первой части главы автором доказывается наличие связи между индексом Джини и функцией Ляпунова для моделей Рамсея-Бьюли, Рамсея-Беккера и с неликвидным капиталом. Вторая часть главы преимущественно посвящена построению и исследованию двух интегро-дифференциальных уравнений в приложении к вопросу государственного регулирования в перераспределении доходов. Первое из них представляет

собой уравнение динамики кривой Лоренца, выведенное из континуального аналога модели Рамсея-Бьюли. Автором доказывается, что решение этого интегро-дифференциального уравнения обладает свойством межвременной мажоризации по Лоренцу. Далее, посредством введения механизма налогообложения и субсидирования автор переходит к рассмотрению второго интегро-дифференциального уравнения в рамках соответствующей смешанной задачи. Впоследствии последовательно доказывается, что решение смешанной задачи существует, единственно и глобально сохраняет свойства кривой Лоренца. Также устанавливается, что стационарное решение уравнения смешанной задачи является единственным и локально асимптотически устойчивым. Теоретические результаты подтверждаются численными экспериментами, а также приложением Б, в котором анализируются два семейства кривых Лоренца на предмет устройства перераспределения доходов и прогрессивной шкалы налогообложения.

В заключении автором указываются основные результаты диссертации.

Научная новизна. Выносимые на защиту результаты являются новыми, обоснованы в виде строгих математических доказательств и получены автором самостоятельно.

Новизна результатов первой главы заключается в полном описании решений четырех задач оптимального управления, описывающих поведение социальных слоев. Стоит при этом отметить, что для каждой задачи удалось обойти проблему учета условий трансверсальности на бесконечности. Вместо задания таковых автор смог вывести экстремаль Понтрягина на бесконечном временном горизонте, используя предельный переход во вспомогательной задаче с конечным временным горизонтом, и показать ее оптимальность, проверив соответствующие достаточные условия. Кроме того, для случая Беккера, являющегося задачей оптимального управления с фазовыми ограничениями, удалось установить конкретный характер взаимодействия экстремальной траектории с фазовой границей, что является важным обстоятельством, так как в общем случае для такого класса задач нет универсальной стратегии.

Выведенные в первой главе синтезы оптимального управления и предложенная во второй главе формализация гипотезы относительного дохода позволили построить задачи Коши для нелинейной системы ОДУ и получить новый результат, связанный с установлением асимптотики их решений.

Наконец, третья глава содержит новые результаты в области теории устойчивости и интегро-дифференциальных уравнений. Таковыми в главе являются:

- наличие связи между функцией Ляпунова и индексом Джини для трех из четырех задач Коши, рассмотренных во второй главе, а также глобальной асимптотической устойчивости по Ляпунову положения равновесия;
- выполнение свойства межвременной мажоризации по Лоренцу для решения интегро-дифференциального уравнения динамики кривой Лоренца, полученного из континуального аналога модели Рамсея-Бьюли;
- вывод новой смешанной задачи для интегро-дифференциального уравнения, описывающего воздействие перераспределения доходов на социальную динамику, и установление для нее ряда свойств: существование и единственность решения, сохранение решением свойств кривой Лоренца, единственность и локальная асимптотическая устойчивость стационарного решения.

Теоретическая и практическая значимость. Диссертационная работа носит преимущественно теоретический характер, что подтверждается построенным автором математическим аппаратом на основе теории оптимального управления, дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений. Хотя, конечно же, полученные в работе результаты могут представлять и практическую значимость для специалистов по математическому моделированию, по учебно-

методической работе (к примеру, в рамках разработки учебного курса по математической экономике).

По содержанию работы имеются следующие замечания:

1. В Главе 1 рассматривается случай, когда процентная ставка r положительна. Насколько уместен сценарий с нулевой или отрицательной процентной ставкой? Как будет устроено решение задач оптимального управления?
2. Возможно, стоило перенести секцию Главы 3, посвященную установлению связи функции Ляпунова с индексом Джини, в Главу 2, поскольку результаты доказываются относительно тех же задач Коши для систем ОДУ 1-го порядка, что были рассмотрены в второй главе;
3. Небольшая коллизия в обозначениях: в параграфах 3.1, 3.2 Главы 3 (с. 79-82) через букву u обозначается вектор распределения доходов, а через букву u (см. с. 79) обозначается кривая Лоренца, в то время как во всей остальной Главе 3, а также в приложении Б кривая Лоренца обозначается через букву y ;
4. Поскольку на с. 112 в краевой задаче (3.21) правая часть z всюду далее зависит только от x , кажется, что рассмотрение пространства $C^{1,0}(M)$ для задачи представляется избыточным, достаточно брать пространство $C^1[0,1]$.

Указанные замечания, однако, нисколько не умаляют значимости проведенного диссертационного исследования.

Таким образом, диссертационная работа «Гипотеза Рамсея как принцип отбора по Фишеру и ее обобщения» представляет собой законченную научно-квалификационную работу, содержащую ряд решенных задач в области теории оптимального управления, дифференциальных и интегродифференциальных уравнений в приложении к проблеме социальной стратификации. Результаты диссертации опубликованы в 9 печатных работах, из них 5 работ индексируются в базах данных WoS и/или Scopus. Кроме того, результаты докладывались на многочисленных конференциях и научных семинарах. Автореферат достаточно полно отражает содержание диссертации.

Считаю, что диссертация Парастаева Григория Сергеевича «Гипотеза Рамсея как принцип отбора по Фишеру и ее обобщения» удовлетворяет требованиям, предъявляемым ВАК РФ к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук, в том числе отвечает требованиям п. 9-14 «Положения о порядке присуждения ученых степеней», утвержденного Постановлением Правительства РФ от 24.09.2013 № 842, а соискатель Парастаев Григорий Сергеевич заслуживает присвоения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.2 — Дифференциальные уравнения и математическая физика.

Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук по специальности
01.01.07 «Вычислительная математика»,
профессор, член-корреспондент РАН,
главный научный сотрудник
лаборатории прикладных обратных задач
Института математики им. С. Л. Соболева
СО РАН

тел.: +7(383)332-04-04

e-mail: ksi52@mail.ru

/ Кабанихин Сергей Игоревич

«08 07 2026 г.

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Институт математики им. С. Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук»
630090, г. Новосибирск, пр. Академика Коптюга, 4
тел.: +7 (383) 333-28-92, e-mail: im@math.nsc.ru

Подпись Кабанихина С.И. заверяю:

И.о. директора ИМ СО РАН,
Чл.-корр. РАН



/ Миронов А.Е.