



Минобрнауки России
Федеральное государственное учреждение
«Федеральный исследовательский центр
Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша
Российской академии наук»
(ИПМ им. М.В. Келдыша РАН)

125047, Москва, Миусская пл., 4 Тел. 8 (499) 220-72-33 Факс 8 (499) 972-07-37
http://keldysh.ru e-mail: office@keldysh.ru
ОКПО 02699381 ОГРН 1037739115787 ИНН/КПП 7710063939/771001001

27.02.2024 № 11103-9422/188

На № _____

УТВЕРЖДАЮ

Директор Федерального
государственного учреждения
«Федеральный исследовательский
центр Институт прикладной
математики им. М.В. Келдыша
Российской академии наук»

доктор физико-математических наук,
профессор, член-корреспондент РАН
А.И. Аптекарев



«22» февраля 2024 г.

ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

о диссертации Морозова Александра Юрьевича
«Моделирование динамических систем с интервальными параметрами»,
представленной на соискание ученой степени доктора физико-
математических наук по специальности 1.2.2 — «Математическое
моделирование, численные методы и комплексы программ»

Диссертация Морозова А.Ю. посвящена разработке эффективных алгоритмов и их программных реализаций для задач моделирования и параметрической идентификации динамических систем с интервальными параметрами. В работе рассмотрены динамические системы, заданные в виде задач Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка с интервальными параметрами, которые могут содержаться как в правой части, так и в начальных условиях.

При решении различных прикладных и исследовательских задач часто возникают ситуации, когда имеется информация о диапазонах возможных значений данных, но точные значения неизвестны. В таких случаях актуальным становится получение интервальных оценок интересующих величин на основе известных исходных интервальных данных.

Существующие методы решения рассматриваемых задач не всегда применимы к нелинейным задачам и не лишены свойства завышения

получаемых интервальных оценок. В связи с этим существует потребность в эффективных алгоритмах моделирования и параметрической идентификации динамических систем с интервальными параметрами, так что **актуальность работы не вызывает никаких сомнений.**

Научная новизна диссертационной работы А.Ю. Морозова состоит в разработке новых эффективных подходов и алгоритмов на их основе для решения задач моделирования и параметрической идентификации динамических систем с интервальными параметрами. В работе сформулированы и доказаны сопутствующие теоремы и утверждения. Построены интервальные вычислительные модели, которые позволяют решить ряд задач из области материаловедения, химической кинетики, небесной механики, микроэлектроники и др.

Строгость математических постановок, апробация вычислительных алгоритмов и программного обеспечения, а также согласованность результатов проведенных вычислительных экспериментов с результатами, полученными с использованием других методов и программных комплексов на представительном наборе задач, обеспечивают **достоверность и обоснованность результатов, полученных в ходе диссертационной работы.**

Разработанные подходы, алгоритмы и программный комплекс могут успешно применяться для решения практических и исследовательских задач авиационной, ракетно-космической и микроэлектронной отраслей, в том числе для решения задач, содержащих дробно-дифференциальные уравнения, и задач моделирования динамических систем, в которых имеют место бифуркации и динамический хаос, что говорит о несомненной **практической и научной значимости работы.** Данное утверждение подтверждается также тем, что разработанный аппарат использован для решения задач материаловедения в рамках проекта 075-15-2020-799 Министерства науки и высшего образования Российской Федерации «Методы построения и моделирования сложных систем на основе интеллектуальных и суперкомпьютерных технологий, направленные на преодоление больших вызовов». Особо ценно то, что результаты можно рассматривать и как решение соответствующего уравнения Лиувилля, когда начальной функцией берется характеристическая функция интервального множества. Это может быть использовано при решении кинетических уравнений типа уравнения Власова.

Основным результатом диссертационной работы следует считать разработанные подходы и алгоритмы на их основе для решения задач моделирования и параметрической идентификации динамических систем с интервальными параметрами.

Диссертация изложена на 354 страницах, состоит из введения, шести глав, заключения и списка цитируемой литературы.

Во введении сформулирована цель работы, аргументированы ее актуальность, научная новизна и практическая ценность, проведен обзор

известных методов по теме диссертационного исследования. Дано краткое описание программных библиотек и программных комплексов, в которых реализованы существующие методы.

В первой главе представлен интерполяционный подход к решению задач моделирования динамических систем с интервальными параметрами. Рассмотрены теоретические и практические аспекты алгоритма адаптивной интерполяции на основе kd-дерева. Приведены и доказаны утверждения об условиях применимости алгоритма, его погрешности и степени используемого интерполяционного полинома. Выполнено сравнение алгоритма с методом Монте-Карло по точности и вычислительным затратам на представительном ряде модельных задач.

Теорема 1 украшает главу, но желательна ее более точная проверка и иллюстрация примерами. В формулировке содержится утверждение о существовании оптимальной степени, но не сказано, существует ли сам оптимальный полином. Формулировки могут упроститься при использовании соответствующего уравнения Лиувилля - адекватного языка в данной ситуации. Можно сказать, что строгой формулировки без использования уравнения Лиувилля получить не удастся.

Очень интересен пример 1.2 линейного отображения с матрицей 2×2 с единичным определителем. На этом примере высвечены все трудности метода. Здесь так же уместен был бы пример с дискретным временем и матрицей академика Д.В. Аносова 2×1 по диагонали и 1 вне диагонали. Эта матрица тоже имеет единичный определитель, но является целочисленной. Она на торе дает классический пример систем Аносова с хаотическим поведением.

Во второй главе рассмотрен вариант алгоритма адаптивной интерполяции на основе разложения в тензорный поезд (ТТ-разложения), позволяющий решать задачи моделирования динамических систем с большим количеством интервальных параметров. Выполнена параллельная программная реализация алгоритма ТТ-cross построения ТТ-разложения на графических процессорах. Эффективность рассмотренного варианта алгоритма адаптивной интерполяции подтверждена на нескольких задачах, содержащих до 18 интервальных параметров.

В качестве примеров рассмотрены как точно решаемая модель типа Лоттки - Вольтерра (2.6), так и пример классической нерешаемой точно задачи трех тел.

В третьей главе рассмотрен вариант алгоритма адаптивной интерполяции на основе разреженных сеток для решения задач моделирования динамических систем с небольшим и средним количеством интервальных параметров и его программная параллельная реализация с применением OpenMP. Продемонстрировано, что данный вариант алгоритма эффективнее классического варианта с точки зрения вычислительных затрат. Сформулирована и доказана теорема о глобальной погрешности алгоритма.

Успешно решены нелинейные задачи с количеством интервальных параметров до десяти.

Интересна теорема 2, но (3.1), строго говоря, не задача Коши, а m -интервальная задача Коши. При чтении теоремы 2 читатель недоумевает: одна и та же функция в (3.1) зависит только от времени, а в теореме 2 уже от m переменных. Равенство (3.11) в теореме 2 призвано прояснить ситуацию, там есть индексы, но при этом не указано, о какой асимптотике идет речь, куда что стремится. Снова все может упроститься при использовании уравнения Лиувилля, где в качестве начальных условий берутся характеристические функции интервальных множеств: по сути это и делается, но неявно.

Здесь в примерах снова фигурирует модель Лоттки - Вольтерра,

В четвертой главе приведено описание реализации классического варианта алгоритма адаптивной интерполяции с применением технологии CUDA. На нескольких модельных задачах выполнена оценка эффективности реализации — получено ускорение вычислений практически в 100 раз. Представлен детальный обзор существующих методов и их программных реализаций. Среди реализаций классических интервальных методов рассмотрены две: AWA и VNODE-LP; среди реализаций символьно-интервальных методов — три: COSY Infinity, RiOT, FlowStar. Выполнено их сравнение с различными вариантами алгоритма адаптивной интерполяции.

В пятой главе представлен интервальный подход к решению задачи параметрической идентификации динамических систем. Сформулированы постановки задач, в которых экспериментальные данные являются точечными и интервальными. Доказаны две теоремы: о ширине получаемых интервальных оценок параметров и о переходе от интервальных экспериментальных данных к точечным. Разработан алгоритм подвижного окна для параметрической идентификации динамических систем с прямоугольными и эллипсоидными областями неопределенности параметров. В конце главы описаны основные аспекты и особенности распараллеливания и программной реализации подхода.

В шестой главе приведено описание программного комплекса и решенных с его помощью ряда актуальных прикладных и исследовательских задач: задачи материаловедения, в рамках которой рассчитан интервальный тензор напряжения при деформации идеального кристалла, когда параметры направления растяжения заданы в интервальном виде; задачи моделирования динамических систем с интервальными параметрами при наличии особенностей (бифуркаций и динамического хаоса); задачи моделирования движения астероида XF11 с учетом интервальных неопределенностей в начальном положении и скорости; задачи моделирования горения смеси водорода и кислорода с учетом интервальных неопределенностей констант скоростей реакций; задачи идентификации интервальных констант скоростей химической реакции окисления нафталина; задачи моделирования неравновесного течения в сопле ЖРД с учетом интервальных

неопределенностей констант скоростей реакций; задачи параметрической идентификации моделей элементов энергонезависимой памяти (мемристоров) по экспериментальным данным; задачи моделирования сложноструктурированных систем, описываемых дробно-дифференциальными уравнениями с интервальными параметрами в показателях производных.

Уже первый пример одного уравнения (стр. 269 - 271) требует более ясного изложения: восприятие рисунков 6.2 и 6.3 вызывает затруднение. Задача является точно решаемой: корни находятся из биквадратного уравнения, точно можно определить, какой нуль правой части устойчив, какой нет. Это было бы благодатным материалом для иллюстрации метода, но рис. 6.2 и 6.3 (стр. 271) этого не содержат. Если же использовать уравнение Лиувилля, все не только упростится, но и будет описываться проще и точнее: и асимптотика поведения системы, и поведение интервалов, и станет понятен бифуркационный смысл точки лямбда всех бифуркаций. При лямбда, меньшей одной четвертой, нуль - единственная устойчивая стационарная точка, решение уравнения Лиувилля стремится к дельта - функции с коэффициентом - интегралом от начальной функции распределения. Если функция распределения является характеристической функцией рассматриваемых интервалов, то это сумма длин интервалов. В данном случае имеем интервал $(-2, 2)$, тогда коэффициент равен 4. При лямбда, меньшей нуля или большей минус одной четвертой, имеем пять стационарных точек, из них три устойчивых. Поэтому решение уравнения Лиувилля при времени, стремящемся к бесконечности, стремится к комбинации трех дельта - функций с точно определимыми коэффициентами, зависящими от лямбда и выбранных интервалов. При лямбда, большей нуля, нуль перестает быть устойчивым, два стационара исчезают, решение уравнения Лиувилля стремится к линейной комбинации двух дельта - функций. По-видимому, это частично и хотел сказать автор рис. 6.2 и 6.3. А значит, при использовании языка уравнения Лиувилля гораздо точнее можно описать и поведение интервалов. На этом простом примере также видна полезность использования уравнения Лиувилля.

Фраза на стр. 270 «На рис. 6.2 представлена бифуркационная диаграмма. На ней состояния, в которых происходит жесткая потеря устойчивости, обозначены пунктирными линиями» вызывает недоумение читателя. Рис. 6.2 очень хорош и нагляден: нули правой части в зависимости от параметра лямбда. Пунктирные линии тоже хороши, но показывают не то: они показывают неустойчивые равновесные решения, а потеря устойчивости только одной точки $x = 0$ происходит при переходе параметра лямбда через точку нуль при движении на рис. 6.2 слева направо. Это и должно было быть написано. При чем тут «жесткая потеря устойчивости» в остальных неустойчивых точках? Так что иногда читать трудно. Фраза не отражает ситуации. Но пример весьма интересен и заслуживает более тщательного рассмотрения.

Пункт 6.8 представляет интересное и важное приложение к вызывающим большой интерес уравнениям с дробными производными. Результаты показывают положительность функции распределения в уравнениях с диффузией (6.27). Было бы интересно понять, возможно ли появление отрицательного решения и, если да, то для каких начальных условий.

В заключении сформулированы основные положения диссертационной работы, выносимые на защиту.

Замечания по диссертационной работе:

1. Автор использует лишь последовательную лагранжеву полиномиальную интерполяцию на прямоугольных сетках, обладающую рядом недостатков. Применение других способов интерполирования, возможно, улучшит результаты работы.

2. Автор мало внимания уделяет таким важным вопросам теории и практики решения обратных задач, как единственность и непрерывность искомых параметров.

3. Желательно распространить подходы Автора на решение задач для уравнений в частных производных. Начало этой работы уже представлено в диссертации.

4. Текст работы написан на хорошем русском математическом языке. Тем не менее и в нем имеется ряд описок (стр. 85) и жаргонизмов («наиболее оптимальный вариант» на стр. 39, «густота сетки» на стр. 61, функция, «заданная в виде задачи Коши» на стр. 223, 232).

Данные замечания не снижают общего положительного впечатления о работе. Диссертация читается с интересом, о чем свидетельствуют вопросы и замечания. Они в основном составляют предложения по дальнейшему развитию и улучшению всей тематики.

Диссертация Морозова А. Ю. является законченной научно-квалификационной работой, выполненной на высоком научном и профессиональном уровне, а ее результаты имеют практическую значимость и в совокупности представляют собой крупное научное достижение в области моделирования динамических систем с интервальными параметрами. Диссертант является автором 46 публикаций, из которых 21 представлена в журналах из перечня ВАК (включая 14 в изданиях, индексируемых в БД WoS или Scopus), 1 рецензируемая монография, 2 свидетельства о регистрации программы для ЭВМ. Основные результаты работы доложены и обсуждены на профильных международных конференциях и семинарах. Положения, выносимые на защиту, полностью отражены в публикациях. Автореферат в точности соответствует содержанию текста диссертации.

Результаты диссертационного исследования могут быть рекомендованы к использованию в авиационной, ракетно-космической и микроэлектронной отраслях для решения соответствующих практических и

актуальных задач, а также в организациях, проводящих исследования в области прикладной математики и математического моделирования.

Диссертационная работа Морозова Александра Юрьевича на тему «Моделирование динамических систем с интервальными параметрами» соответствует пунктам 1, 2, 3 и 8 паспорта специальности 1.2.2 — «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ» и полностью удовлетворяет требованиям к докторским диссертациям, установленным действующим Положением о порядке присуждения ученых степеней № 842. **Морозов Александр Юрьевич несомненно заслуживает присуждения степени доктора физико-математических наук по специальности 1.2.2 — «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».**

Отзыв составлен главным научным сотрудником, и.о. заведующего отделом, доктором физ.-мат. наук, профессором Галаниным Михаилом Павловичем и ведущим научным сотрудником доктором физ.-мат. наук, профессором Веденяпиным Виктором Валентиновичем.

Отзыв обсужден и утвержден на общеинститутском семинаре Федерального исследовательского центра Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша Российской академии наук 22.02.2024 г., протокол № 1.

Главный научный сотрудник,
и.о. заведующего отделом
ИПМ им. М.В. Келдыша РАН
доктор физ.-мат. наук, профессор



Галанин Михаил Павлович

Ведущий научный сотрудник
ИПМ им. М.В. Келдыша РАН
доктор физ.-мат. наук, профессор



Веденяпин Виктор Валентинович

Сведения о ведущей организации:

Федеральное государственное учреждение «Федеральный
исследовательский центр Институт прикладной математики им.
М.В. Келдыша Российской академии наук»

Адрес: 125047, Москва, Миусская пл., д. 4

Телефон: +7 499 978-13-14

Электронная почта: office@keldysh.ru

Сайт: <https://keldysh.ru>