Федеральное государственное учреждение
«Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление»
Российской академии наук» (ФИЦ ИУ РАН)

Принято секцией Ученого совета
ФИЦ ИУ РАН, протокол № ____
от «   » _____ 20 ____ г.

УТВЕРЖДАЮ
Директор ФИЦ ИУ РАН

_______________ И.А.Соколов
«   » ____ 20 ____ г.

П Р О Г Р А М М А

ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА В АСПИРАНТУРУ

по профилю (направленности) 01.01.07
«Вычислительная математика»;

по профилю (направленности) 01.01.09
«Дискретная математика и математическая кибернетика»

Физико-математические науки

Москва 2016

I. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

1. Пределы последовательности. Критерий Коши. Существование предела у монотонно возрастающей ограниченной сверху последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрассе о существовании сходящейся подпоследовательности у ограниченной последовательности.

2. Числовые ряды. Критерий Коши. Признаки сходимости (признаки сравнения, признак Даламбера, признак Лейбница, признак Дирихле).

3. Предел функции. Непрерывные функции. Свойства непрерывных функций на отрезке (теоремы Вейерштрасса об ограниченности и достижимости верхней и нижней грани. Теорема Коши о промежуточных значениях). Обобщения на многомерный случай. Существование односторонних пределов у монотонных функций. Теорема о непрерывности обратной функции и непрерывной монотонной. Равномерная непрерывность.

4. Дифференцируемые функции одной и нескольких переменных. Производные и дифференциал. Формула Тейлора для функций (одной и нескольких переменных). Ряды Тейлора. Элементарные функции. Теорема о неявных функциях (без доказательства).

5. Вычисление пределов с помощью формулы Тейлора. Достаточные условия монотонности дифференцируемой функции. Выпуклые функции. Достаточные условия выпуклости функции два раза дифференцируемой на интервале. Асимптоты.

6. Экстремумы функций одной и нескольких переменных. Необходимые условия экстремума. Достаточные условия экстремума для дифференцируемых функций.

7. Интеграл Римана. Необходимые и достаточные условия интегрируемости функции по Риману. Теорема о среднем. Первообразная формула Лейбница-Ньютона. Формула интегрирования по частям. Несобственные интегралы. Признаки сходимости несобственных интегралов. Признак Дирихле.

8. Понятие кратного интеграла по Риману. Сведение кратного интеграла к повторному. Замена переменных в кратных интегралах.

9. Понятие гладкой кривой, гладкой поверхности, их параметрическое задание. Определение длины кривой, площади куска поверхности. Криволинейные интегралы первого и второго рода. Поверхностные интегралы первого и второго рода.

10. Формула Грина на плоскости. Формула Гаусса-Остроградского. Формула Стокса. Дифференциальные операции. Градиент, дивергенция, ротор (вихрь). Криволинейные интегралы не зависящие от пути интегрирования. Потенциальные векторные поля. Полный дифференциал, необходимые условия, достаточные условия.

11. Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости непрерывных функций. Теоремы о почленном интегрировании и дифференцировании функциональных рядов.

12. Интегралы зависящие от параметра. Равномерная сходимость несобственного интеграла зависящего от параметра. Теоремы о непрерывности и дифференцируемости интегралов зависящих от параметра.

13. Ряды Фурье по тригонометрической системе. Сходимость рядов Фурье для кусочно-гладких функций. Порядок убывания коэффициентов Фурье для l-раз непрерывно-дифференцируемой функции. Равномерная сходимость ряда Фурье для непрерывно-дифференцируемой функции. Равномерное приближение непрерывных функций на отрезке тригонометрическими полиномами и многочленами.

14. Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Басселя и равенство Парсеваля. Понятие гильбертова пространства и абстрактных рядов Фурье по полной ортонормированной системе. Теорема о сходимости и среднем рядов Фурье по тригонометрической системе для функции интегрируемой с квадратом на отрезке.

15. Преобразования Фурье. Формула обращения. Преобразование Фурье производной и производная преобразования Фурье.

II. ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

1. Понятие линейного пространства. Определение линейно зависимости и независимости векторов. Размерность линейного пространства. Базис, координаты вектора, формулы преобразования координат при переходе от одного базиса к другому.

2. Матрицы и действия над ними. Детерминант квадратной матрицы. Ранг матрицы. Эквивалентность его двух определений в терминах линейной независимости строк (или столбцов) матрицы и в терминах неравенства нулю миноров.

3. Системы линейных алгебраических уравнений. Решение однородной системы. Решение неоднородной системы линейных уравнений. Критерий совместности Кронекера-Капелли.

4. Линейные преобразования в n-мерном пространстве. Матрица линейного преобразования и её смысл. Изменение матрицы линейного преобразования при замене базиса. Область значений линейного преобразования и его матрица. Произведение линейных преобразований.

5. Собственные векторы и собственные числа линейного преобразования. Характеристический многочлен. Линейная независимость собственных векторов, отвечающих различным собственным значениям. Матрица линейного преобразования в базисе из собственных векторов. Жорданов базис линейного преобразования и Жорданова нормальная форма (без доказательства).

6. Скалярное произведение в Эвклидовом пространства. Координатное представление скалярного произведения. Ортонормированный базис. Процесс ортогонализации.

7. Понятие самосопряженного линейного преобразования. Свойства его собственных значений и собственных векторов. Матрица самосопряженного преобразования.

8. Ортогональные преобразования. Матрица ортогонального преобразования. Ортогональные матрицы. Переход от одного ортогонального базиса к другому.

9. Билинейные и квадратичные формы. Их матрицы и формулы перехода от одного базиса к другому. Проведение квадратичной формы к каноническому виду в ортонормированном базисе. Закон инерции для квадратичных форм. Понятие положительно определенной квадратичной формы. Критерий Сильвестра (без доказательства).

III. ОБЫКНОВЕННЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

1. Элементарные методы интегрирования уравнений первого порядка (уравнения с разделяющими переменными, однородные уравнения, линейные уравнения, уравнения Бернулли, уравнения в полных дифференциалах).

2. Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для одного уравнения 1-го порядка и для системы n уравнений 1-го порядка с n неизвестными в нормальной форме (без доказательства). Специфика случая линейных дифференциальных уравнений.

3. Линейные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Решение однородного уравнения. Решение неоднородного уравнения со специальной правой частью в виде квазиполинома. Уравнение Эйлера.

4. Решение однородной системы первого порядка с постоянными коэффициентами (случай простых корней).

5. Линейные уравнения n-го порядка с переменными коэффициентами. Фундаментальная система решений однородного уравнения и е ё существование. Определитель Вронского. Формула Лиувилля. Возможность понижения порядка однородного уравнения. Решение однородного уравнения. Решение неоднородного уравнения. Метод вариаций произвольных постоянных.

6. Системы линейных уравнений первого порядка с переменными коэффициентами. Фундаментальная система решений однородной системы и её существование. Формула Лиувилля. Метод вариаций произвольных постоянных отысканий частного решения неоднородной системы. Структура общего решения.

7. Понятие об уравнениях не разрешенных относительно старшей производной. Особое решение.

8. Автономные системы. Положение равновесия. Фазовая плоскость и фазовые траектории. Классификация положений равновесия на плоскости. Понятие устойчивости положения равновесия по Ляпунову и асимтотической устойчивости. Теория об устойчивости по линейному приближению.

9. Первые интегралы автономной системы. Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка. Общий вид решения. Задача Коши. Понятие характеристики.

10. Элементы вариационного исчисления. Простейшая задача вариационного исчисления и её несложные обобщения. Вариационная задача при наличии ограничений, изопериметрическая задача.

IV. ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО

1. Функция одной комплексной переменной. Дифференцируемые функции комплексной переменной. Условия Коши-Римана. Геометрический смысл модуля и аргумента производной функции комплексной переменной.

2. Равенство нулю интеграла от дифференцируемой функции по замкнутому контуру, стягивающемуся в точку. Интегральная форма Коши.

3. Понятие функции регулярной в точке и в области. Степенные ряды. Первая теорема Абеля. Круг сходимости степенного ряда. Почленное дифференцирование и интегрирование степенных рядов. Эквивалентность дифференцируемости и регулярности функции и области. Регулярность равномерно сходящегося ряда и регулярных функций.

4. Разложение в ряд Тейлора функции, дифференцируемой в окрестности точки. Ряд Лорана. Элементарные функции Z^n, e^Z, $Sin\ Z$, $Cos\ Z$, $Sh\ Z$, $Ch\ Z$ и т.д.

5. Изолированные особые точки однозначного характера. Классификация: устранимая особая точка, полюс, существенно особая точка. Характеризация особой точки функции в терминах коэффициентов ряда Лорана.

6. Понятие вычета в изолированной особой точке однозначного характера. Вычисление контурных интегралов с помощью вычетов.

7. Разложение мероморфных функций на элементарные дроби. Бесконечные произведения. Примеры разложения некоторых целых функций в бесконечные произведения.

8. Теорема единственности регулярной функции, принимающей заданные значения на последовательности точек, предел которой содержится в области регулярности. Аналитическое продолжение. Понятие полной аналитической функции. Основные многозначные элементарные функции $\sqrt[n]{Z}$, $ln\ Z$. Понятие о римановой поверхности.

9. Конформные отображения, осуществляемые регулярными функциями. Понятие однолистного отображения. Дробно-линейные отображения и их свойства. Отображения, осуществляемые с помощью некоторых элементарных функций. Общая теорема Римана о существовании конформных отображений (без доказательства). Принцип соответствия границ при конформном отображении.

V. УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1. Линейные дифференциальные уравнения в частных производных 2-го порядка. Приведение к каноническому виду в точке. Классификация уравнений. Эллиптические, гиперболические и параболические уравнения.

2. Линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка на плоскости. Понятие характеристики. Приведение к каноническому виду в области. Задачи Коши. Теорема Коши-Ковалевской (без доказательства).

3. Понятие корректной краевой задачи для уравнения в частных производных. Примеры некоторых задач (задачи Коши для уравнения Лапласа). Постановка классических задач математической физики и их физический смысл (задача Коши и

смешанная задача для уравнения колебания струны, для уравнения теплопроводности, задачи Дирихле и Неймана для уравнения Лапласа).

4. Интегральные уравнения Фредгольма. Интегральные уравнения с вырожденным ядром. Теорема Фредгольма для интегральных уравнений Фредгольма второго рода с непрерывным ядром (без доказательства). Обобщение на случай полярных ядер. Метод последовательных приближений и ряд Неймана.

5. Интегральные уравнения Фредгольма второго рода с симметричным ядром. Собственные значения и собственные функции, их свойства. Теорема Гильберта-Шмидта о разложении истокообразно представимой функции в ряд по собственным функциям ядра (без доказательства).

6. Задача Штурма-Лиувилля. Функция Грина краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения. Сведение задачи Штурма-Лиувилля к интегральному уравнению. Свойства собственных значений и собственных функций задачи Штурма-Лиувилля.

7. Задача Коши для волнового уравнения. Формула Даламбера в случае уравнения колебания струны. Существование и единственность решения. Область зависимости решения от начальных данных.

8. Смешанные задачи для гиперболических уравнений. Метод Фурье (метод разделения переменных). Единственность решения.

9. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Теорема существования и единственности. Формула Пуассона. Фундаментальное решение и его смысл.

10. Смешанная задача для уравнения теплопроводности. Метод Фурье (метод разделения переменных). Единственность решения, принцип максимума.

11. Уравнение Лапласа и Пуассона. Гармонические функции и их свойства. Формулы Грина. Теорема о среднем для гармонических функций. Принцип максимума и минимума для гармонических функций.

12. Задача Дирихле для уравнения Лапласа. Фундаментальное решение. Понятие функции Грина для задачи Дирихле. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге методом Фурье. Существование и единственность решения задачи Дирихле в общем случае (без доказательства).

13. Задача Неймана для уравнения Лапласа и Пуассона. Необходимые и достаточные условия её разрешимости. Степень неопределённости решения.

РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

I. Математический анализ

1. КУДРЯВЦЕВ Л.Д. Курс математического анализа, т. 1 и т. 2.

2. НИКОЛЬСКИЙ С.М. Курс математического анализа, т. 1 и т. 2.

3. ФИХТЕНГОЛЬЦ Г.М. Курс дифференицуального и интегрального исчисления, т. 1, т. 2 и т. 3.

4. СМИРНОВ В.И. Курс высшей математики, т. 1 и т. 2.

II. Линейная алгебра

1. БЕКЛЕМИШЕВ Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры.

2. ГЕЛЬФОНД И.М. Лекции по линейной алгебре.

3. КУРОШ Л.Г. Курс высшей алгебры.

III. Обыкновенные дифференциальные уравнения

1. ФЕДОРЮК М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения.

2. СТЕПАНОВ В.В. Курс дифференциальных уравнений.

3. ПЕТРОВСКИЙ И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

4. ПОНТРЯГИН Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения.

5. СМИРНОВ В.И. Курс высшей математики, т. 2.

IV. Теория функций комплексного переменного

1. СИДОРОВ Ю.В., ФЕДОРЮК М.В., ШАБУНИН М.И., Лекции по теории функций комплексного переменного.

2. ЛАВРЕНТЬЕВ М.А., ШАБАТ Б.В. Методы теории функций комплексного переменного.

3. ПРИВАЛОВ И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного.

4. МАРКУШЕВИЧ А.И. Теория аналитических функций т. 1. и т. 2.

V. Уравнения математической физики

1. ТИХОНОВ В.Н., САМАРСКИЙ А.А. Уравнения математической физики.

2. ПЕТРОВСКИЙ И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными.

3. ВЛАДИМИРОВ В.С. Уравнения математической физики.

4. СМИРНОВ В.И. Курс высшей математики т. 2 и т. 4.

ДИСКРЕТНАЙ АНАЛИЗ

1. Комбинаторные методы дискретной математики.

1. Предмет комбинаторики. Комбинаторные задачи о числе функций в алфавите и размещений объектов по ячейкам при различных ограничениях $\{m^n, [m]^n, [m]_n, [m]^n/n!, \ldots\}$. Числа Стирлинга первого рода, рекуррентное соотношение для них.
2. Биномиальные коэффициенты, производящая функция для них, основные комбинаторные тождества. Полиномиальные коэффициенты, производящая функция для них, основные комбинаторные тожества.
3. Число разбиений n объектов на m классов. Числа Стирлинга второго рода. Рекуррентное соотношение для $S(n,k)$. Разложение степени x^n в базисе $\{[x]_k\}$. Числа Белла разбиений множества на непересекающиеся подмножества, рекуррентное соотношение для чисел Белла.
4. Логические методы комбинаторного анализа, Принцип включений-исключений. Задача о числе беспорядков, задача о числе сюръективных отображений конечных множеств. Системы представителей множеств. Системы различных представителей (с.р.п.) Необходимое и достаточное условие существования с.р.п. Алгоритм построения с.р.п. для заданной системы множеств. Системы одномерных представителей.

Список литературы.

1.Р.Стенли. Перечисленная комбинаторика.
2.Липский В. Комбинаторика для программистов.
3. Рыбников К.А. Введение в комбинаторный анализ.
4.Риордан Дж. Введение в комбинаторный анализ.
5. Холл М. Комбинаторика.

2.Элементы алгебры логики и исчисления высказываний.

1. Функции алгебры логики. Табличное задание функций. Элементарные функции, их свойства, таблица операций, коммутативность, ассоциативность, дистрибутивность элементарных функций.
2. Формулы и функции алгебры логики. Теоремы о разложении функций по одной и нескольким переменным. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма. Совершенная конъюнктивная нормальная форма. Теорема о возможности выражения произвольной функции алгебры логики в виде формулы через отрицание, конъюнкцию и дизъюнкцию.
3. Функциональная полнота систем функций алгебры логики. Замкнутые классы. Полнота систем функций логики. Предполные классы. Замкнутые классы T0. T1, L, S, M. Теорема о функции двойственной к суперпозиции функций алгебры логики (теорема Поста). Основная лемма (если система функций содержит функцию несохраняющую), функцию, несохраняющую 1, нелинейную функцию и немонотонную функцию, то из функций этой системы операциями суперпозиций и замены переменных можно получить константы и отрицание). Лемма о несамодвойственной функции. Лемма о немонотонной функции. Лемма о нелинейной функции. Следствия из критерия полноты.
4. Аксиоматическая теория, формальный язык (формальная система или исчисление). Исчисление высказываний (язык Lo), Алфавит, формулы исчисления высказываний. Аскиомы и правила вывода в исчислении высказываний. Выводимые

(доказуемые0 формулы в исчислении высказываний. Интерпретация формул исчисления высказываний. Доказательство из гипотез. Простейшие свойства доказуемости из гипотез. Терема дедукции, правило контрапозиции. Теорема о полноте исчисления высказываний (всякая тавтология и только она выводима в Lo). Непротиворечивость исчисления высказываний. Независимость аксиом исчисления высказываний.

Список литературы.

1. Мендельсон Э. Введение в математическую логику.
2. Дискретная математика и математические вопросы кибернетики (под ред. С.В.Яблонского, О.В.Лупанова .т.1.
3. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику.

3.Элементы теории графов.

1. Определение графа. Неориентированные и ориентированные графы. Изоморфные графы. Полные ориентированные и неориентированные графы. Локальные степени вершин. Число вершин нечетной степени в конечном графе. Машинное представление графов. Матрица инцидентности. Матрица смежности (вершин). Список пар, список инцидентности.
2. Пути (маршруты, цепи) в графе, простые пути, циклы. Связанность. Теорема о связанности двух вершин, имеющих нечетную локальную степень. Максимальное число ребер в графе с n вершинами и k связными компонентами.
3. Деревья. Связанность любых двух вершин дерева единственным простым путем. Изображение дерева. Концевые (висячие) вершины и концевые (висячие) ребра дерева. Теорема о числе различных деревьев с данными n вершинами. Основное дерево графа, алгоритмы его построения. Поиск в графе в ширину и глубину.
4. Эйлеровы пути циклы, теорема о существовании эйлеровых путей и циклов в графе. Алгоритмы построения эйлеровых циклов. Гамильтоновы пути и циклы. Пути, имеющие тип цикла. Достаточное условие того, чтобы полный простой путь имел тип цикла. Связь между наличием в связном графе гамильтоновых циклов и длиной максимальных простых путей в нем.
5. Нахождение кратчайших путей в ориентированном графе от фиксированной вершины до всех вершин (случай неотрицательных весов ребер). Сети, потоки в сетях, разрезы сети. Теорема о максимальном и минимальном разрезе.

Список литературы.

1.Стенли Р. Перечислительная комбинаторика.
2.Оре О. Теория графов.
3. Липский В. Комбинаторика для программистов.
4. Риордан Дж. Введение в комбинаторный анализ.
5. Уилсон Р.Дж. введение в теорию графов.
6. Харари Ф. Теория графов.
7.Холл М. Комбинаторика.

4. Основы теории полугрупп, групп, колец и полей.

1. Алгебраические структуры. Бинарные операции. Полугруппы и моноиды.
2. Группы. Примеры групп. Группа перестановок (симметрическая группа). Теорема Келли. Подгруппы. Порождающие и образующие элементы группы.
3. Левые и правые смежные классы группы по подгруппе. Разложение групп на смежные классы по подгруппе. Индекс подгруппы в группе. Порядок элемента группы.

Циклические группы. Теорема Лагранжа. Центр группы. Нормализатор элемента группы. Нормализатор подгруппы.

4. Сопряженные элементы и сопряженные подгруппы. Количество элементов конечной группы, сопряженных с данным элементом. Нормальные делители. Факторгруппа.

5. Изоморфизмы, автоморфизмы и гомоморфизмы групп. Ядро гомоморфизма. Внутренние автоморфизмы. Теорема о гомоморфизме групп.

6. Кольца. Примеры колец. Кольцо целых чисел. Кольцо многочленов над кольцом (полем). Кольца классов вычетов в кольце целых чисел и кольце многочленов. Подкольцо. Обратимые элементы кольца, группа обратимых элементов кольца, делители нуля.

7. Левые, правые и двусторонние идеалы. Главные идеалы. Максимальные и простые идеалы. Кольца классов вычетов. Идеалы и кольца многочленов. Факторкольцо. Теорема о гомоморфизме для колец.

8. Деление с остатком с кольцах целых чисел и многочленов над кольцом целых чисел. Евклидовы кольца. Идеалы в евклидовых кольцах. Кольца главных идеалов. Факториальность колец главных идеалов.

9. Поля. Примеры полей, Поля классов вычетов. Характеристика поля. Простое подполе. Конечные и алгебраические расширения полей. Поле разложения. Конечные поля.

Список литературы.

1.Кострыкин А.И. Ввведение в алгебру
2. Ван-дер-Варден Б.Л. Алгебра.
3. Курош А.Г. Курс высшей алгебры.
4. Каргаполов М.И., Мерзляков Ю.И. Основы теории групп.
5. Ленг С. Алгебра.

5. Математический анализ

1. Пределы последовательности. Критерий Коши. Существование предела у монотонно возрастающей ограниченной сверху последовательности. Теорема Больцано-Вейерштрассе о существовании сходящейся подпоследовательности у ограниченной последовательности.

2. Числовые ряды. Критерий Коши. Признаки сходимости (признаки сравнения, признак Даламбера, признак Лейбница, признак Дирихле).

3. Предел функции. Непрерывные функции. Свойства непрерывных функций на отрезке (теоремы Вейерштрасса об ограниченности и достижимости верхней и нижней грани. Теорема Коши о промежуточных значениях). Обобщения на многомерный случай. Существование односторонних пределов у монотонных функций. Теорема о непрерывности обратной функции и непрерывной монотонной. Равномерная непрерывность.

4. Дифференцируемые функции одной и нескольких переменных. Производные и дифференциал. Формула Тейлора для функций (одной и нескольких переменных). Ряды Тейлора. Элементарные функции. Теорема о неявных функциях (без доказательства).

5. Вычисление пределов с помощью формулы Тейлора. Достаточные условия монотонности дифференцируемой функции. Выпуклые функции. Достаточные условия выпуклости функции два раза дифференцируемой на интервале. Асимптоты.

6. Экстремумы функций одной и нескольких переменных. Необходимые условия экстремума. Достаточные условия экстремума для дифференцируемых функций.

7. Интеграл Римана. Необходимые и достаточные условия интегрируемости функции по Риману. Теорема о среднем. Первообразная формула Лейбница-Ньютона. Формула интегрирования по частям. Несобственные интегралы. Признаки сходимости несобственных интегралов. Признак Дирихле.

8. Понятие кратного интеграла по Риману. Сведение кратного интеграла к повторному. Замена переменных в кратных интегралах.

9. Понятие гладкой кривой, гладкой поверхности, их параметрическое задание. Определение длины кривой, площади куска поверхности. Криволинейные интегралы первого и второго рода. Поверхностные интегралы первого и второго рода.

10. Формула Грина на плоскости. Формула Гаусса-Остроградского. Формула Стокса. Дифференциальные операции. Градиент, дивергенция, ротор (вихрь). Криволинейные интегралы не зависящие от пути интегрирования. Потенциальные векторные поля. Полный дифференциал, необходимые условия, достаточные условия.

11. Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость. Критерий Коши равномерной сходимости. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости непрерывных функций. Теоремы о почленном интегрировании и дифференцировании функциональных рядов.

12. Интегралы зависящие от параметра. Равномерная сходимость несобственного интеграла зависящего от параметра. Теоремы о непрерывности и дифференцируемости интегралов зависящих от параметра.

13. Ряды Фурье по тригонометрической системе. Сходимость рядов Фурье для кусочно-гладких функций. Порядок убывания коэффициентов Фурье для l-раз непрерывно-дифференцируемой функции. Равномерная сходимость ряда Фурье для непрерывно-дифференцируемой функции. Равномерное приближение непрерывных функций на отрезке тригонометрическими полиномами и многочленами.

14. Минимальное свойство коэффициентов Фурье. Неравенство Басселя и равенство Парсеваля. Понятие гильбертова пространства и абстрактных рядов Фурье по полной ортонормированной системе. Теорема о сходимости и среднем рядов Фурье по тригонометрической системе для функции интегрируемой с квадратом на отрезке.

15. Преобразования Фурье. Формула обращения. Преобразование Фурье производной и производная преобразования Фурье.

Список литературы

1. КУДРЯВЦЕВ Л.Д. Курс математического анализа, т. 1 и т. 2.

2. НИКОЛЬСКИЙ С.М. Курс математического анализа, т. 1 и т. 2.

3. ФИХТЕНГОЛЬЦ Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления, т. 1, т. 2 и т. 3.

4. СМИРНОВ В.И. Курс высшей математики, т. 1 и т. 2.

6. Линейная алгебра

1. Понятие линейного пространства. Определение линейно зависимости и независимости векторов. Размерность линейного пространства. Базис, координаты вектора, формулы преобразования координат при переходе от одного базиса к другому.

2. Матрицы и действия над ними. Детерминант квадратной матрицы. Ранг матрицы. Эквивалентность его двух определений в терминах линейной независимости строк (или столбцов) матрицы и в терминах неравенства нулю миноров.

3. Системы линейных алгебраических уравнений. Решение однородной системы. Решение неоднородной системы линейных уравнений. Критерий совместности Кронекера-Капелли.

4. Линейные преобразования в n-мерном пространстве. Матрица линейного преобразования и её смысл. Изменение матрицы линейного преобразования при замене базиса. Область значений линейного преобразования и его матрица. Произведение линейных преобразований.

5. Собственные векторы и собственные числа линейного преобразования. Характеристический многочлен. Линейная независимость собственных векторов, отвечающих различным собственным значениям. Матрица линейного преобразования в базисе из собственных векторов. Жорданов базис линейного преобразования и Жорданова нормальная форма (без доказательства).

6. Скалярное произведение в Эвклидовом пространства. Координатное представление скалярного произведения. Ортонормированный базис. Процесс ортогонализации.

7. Понятие самосопряженного линейного преобразования. Свойства его собственных значений и собственных векторов. Матрица самосопряженного преобразования.

8. Ортогональные преобразования. Матрица ортогонального преобразования. Ортогональные матрицы. Переход от одного ортогонального базиса к другому.

9. Билинейные и квадратичные формы. Их матрицы и формулы перехода от одного базиса к другому. Проведение квадратичной формы к каноническому виду в ортонормированном базисе. Закон инерции для квадратичных форм. Понятие положительно определенной квадратичной формы. Критерий Сильвестра (без доказательства).

Список литературы

1. БЕКЛЕМИШЕВ Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры.

2. ГЕЛЬФОНД И.М. Лекции по линейной алгебре.

5. КУРОШ Л.Г. Курс высшей алгебры.

7. КОНТЕКСТНО-СВОДНЫЕ ГРАММАТИКИ

Определение. Вывод. Язык. Порожденной грамматикой. Классификация по Хомскому. Деревья выводы и выводимость. Преобразования грамматик. Однозначность. Разрешимость проблемы пустоты и неразрешимость проблемы эквивалентности двух КС грамматик. Свойства замкнутости (замкнутость относительно объединения и незамкнутость относительно пересечения и дополнения).

Конечные автоматы.

Детерминированные конечные автоматы. Недетермирированные конечные автоматы. Зквивалентность ДКА и НКА. Минимизация конечных автоматов.

Регулярные множества и регулярные выражения.

Определение. Регулярные множества и праволинейные грамматики. Регулярные множества и конечные автоматы. Свойства замкнутости регулярных множеств (относительно объединения, пересечения, дополнения). Разрешимые проблемы для регулярных множеств (принадлежности. Пустоты и эквивалентности).

Магазинные автоматы.

Определение. Эквивалентность НМА и КС языков.

Машины Тьюринга.

Определения. Универсальная машина Тьюринга. Неразрешимость проблемы останова. Рекурсивные и рекурсивно-перечисленные множества (существует рекурсивно- перечислимое множество. Не являющееся рекурсивным).

Список литературы.

Ахо.Ульман Теория синтаксического анализа, перевода и компиляции т.1.